

4

PROGRAM LINIER



Sumber: Art & Gallery

Standar kompetensi program linier terdiri atas empat kompetensi dasar. Dalam penyajian pada buku ini setiap kompetensi dasar memuat tujuan, uraian materi, dan latihan. Sedangkan rangkuman dipaparkan pada setiap akhir bahasan suatu kompetensi dasar. Kompetensi dasar dalam standar kompetensi ini adalah *grafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linier, model matematika dari soal cerita (kalimat verbal), nilai optimum dari sistem pertidaksamaan linier, dan garis selidik*. Standar kompetensi ini digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan tertentu sehingga diperoleh nilai yang optimum pada kehidupan sehari-hari dalam rangka menunjang program keahlian Penjualan dan Akuntansi. Sebelum mempelajari standar kompetensi ini, diharapkan kalian telah menguasai standar kompetensi sistem bilangan riil dan standar kompetensi Persamaan dan Pertidaksamaan.

Pada setiap akhir kompetensi dasar tercantum soal-soal latihan yang disusun dari soal-soal yang mudah hingga yang sulit. Latihan soal digunakan untuk mengukur kemampuan kalian terhadap kompetensi dasar ini. Artinya setelah mempelajari kompetensi dasar ini secara mandiri dengan bimbingan guru sebagai fasilitator, ukurlah sendiri kemampuan kalian dengan mengerjakan soal-soal latihan tersebut.

Untuk melancarkan kemampuan kalian supaya lebih baik dalam mengerjakan soal, disarankan semua soal dalam latihan ini dikerjakan, baik di sekolah dengan bimbingan guru maupun di rumah.

Untuk mengukur standar kompetensi lulusan tiap peserta didik, di setiap akhir kompetensi dasar, guru akan memberikan evaluasi apakah kalian layak atau belum layak mempelajari standar kompetensi berikutnya. Kalian dinyatakan layak jika kalian dapat mengerjakan soal 60% atau lebih soal-soal evaluasi yang akan diberikan guru.

Setelah mempelajari kompetensi ini, peserta didik diharapkan dapat mengaplikasikannya dalam mempelajari kompetensi-kompetensi pada pelajaran matematika, pelajaran lainnya, maupun dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu contoh bentuk aplikasi program linier bidang Penjualan dan Akuntansi, yaitu analisis produk yang dibuat atau dibangun untuk mendapatkan keuntungan maksimum atau biaya minimum seperti contoh berikut ini.

Pengembang suatu perumahan akan membangun perumahan yang terdiri atas tiga tipe, yaitu tipe 36, tipe 45 dan tipe 70 dari lahan yang dimilikinya. Lahan yang ada sebagian digunakan untuk fasilitas umum dan sosial.

Dari kondisi tersebut, analisis yang mungkin dilakukan oleh pihak pengembang dalam menentukan jumlah rumah yang dapat dibangun untuk mendapatkan keuntungan maksimal antara lain:

- a. harga jual tanah per meter persegi,
- b. biaya material per unit untuk tiap tipe,
- c. biaya jasa tukang per unit untuk tiap tipe,
- d. harga rumah standar per unitnya untuk masing-masing tipe,
- e. banyaknya tiap tipe yang harus dibangun, dan
- f. modal total yang harus disediakan untuk membangun perumahan tersebut



Gambar 4-1 Tampak perumahan berbagai tipe

Sumber: www.serpongfile.wordpress.com.

Mungkin masih banyak lagi yang harus dianalisis untuk membangun sebuah kompleks perumahan, namun di sini hanya memberikan gambaran penggunaan program linier dalam kegiatan sebuah bisnis. Dari analisis sederhana tersebut dapat diperoleh gambaran komponen apa saja yang terlibat dalam membuat sebuah perumahan. Komponen-komponen ini sebagai variabel yang kemudian disusun menjadi bentuk model pertidaksamaan linier dan dicari solusinya untuk mendapatkan keuntungan yang optimum. Dalam buku ini hanya melibatkan pertidaksamaan-pertidaksamaan dua variabel yang merupakan pengetahuan dasar dan diharapkan setelah mempelajari kompetensi ini peserta didik dapat mengembangkan pertidaksamaan dengan variabel lebih dari dua dalam penyelesaian kehidupan sehari-hari.

A. Grafik Himpunan Penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Linier

Setelah mempelajari materi pada kompetensi dasar ini, kalian diharapkan dapat:

- menjelaskan pengertian program linier,
- menggambar grafik himpunan penyelesaian pertidaksamaan linier, dan
- menggambar grafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linier dengan 2 variabel.

1. Pengertian Program Linier

Dalam kegiatan produksi dan perdagangan, baik pada industri skala besar maupun kecil tidak terlepas dari masalah laba yang harus diperoleh oleh perusahaan tersebut. Tujuan utamanya adalah untuk memperoleh pendapatan yang sebesar-besarnya dengan meminimumkan pengeluarannya (biaya bahan baku, biaya proses produksi, gaji karyawan, transportasi, dan lain-lain).

Untuk maksud tersebut biasanya pihak manajemen perusahaan membuat beberapa kemungkinan dalam menentukan strategi yang harus ditempuh untuk mencapainya. Misalnya, dalam memproduksi dua macam barang dengan biaya dan keuntungan

berbeda. Pihak perusahaan dapat menghitung keuntungan yang mungkin dapat diperoleh sebesar-besarnya dengan memperhatikan bahan yang diperlukan, keuntungan per unit, biaya transportasi, dan sebagainya.

Untuk menyelesaikan masalah tersebut digunakan program linier. Program linier diartikan sebagai cara untuk menyelesaikan suatu persoalan (penyelesaian optimum) dengan menggunakan metode matematik yang dirumuskan dalam bentuk persamaan-persamaan atau pertidaksamaan-pertidaksamaan linier.

Untuk mendapatkan penyelesaian optimum tersebut digunakan metode grafik yang diterapkan pada program linier sederhana yang terdiri atas dua variabel dengan cara uji titik pojok atau garis selidik pada daerah himpunan penyelesaian.

2. Grafik Himpunan Penyelesaian Pertidaksamaan Linier Satu Variabel

Grafik himpunan penyelesaian pertidaksamaan linier satu variabel sudah dibahas pada saat kalian belajar matematika di SMP. Namun, untuk mengingatkan kembali perhatikan beberapa contoh di bawah ini.

Contoh 1

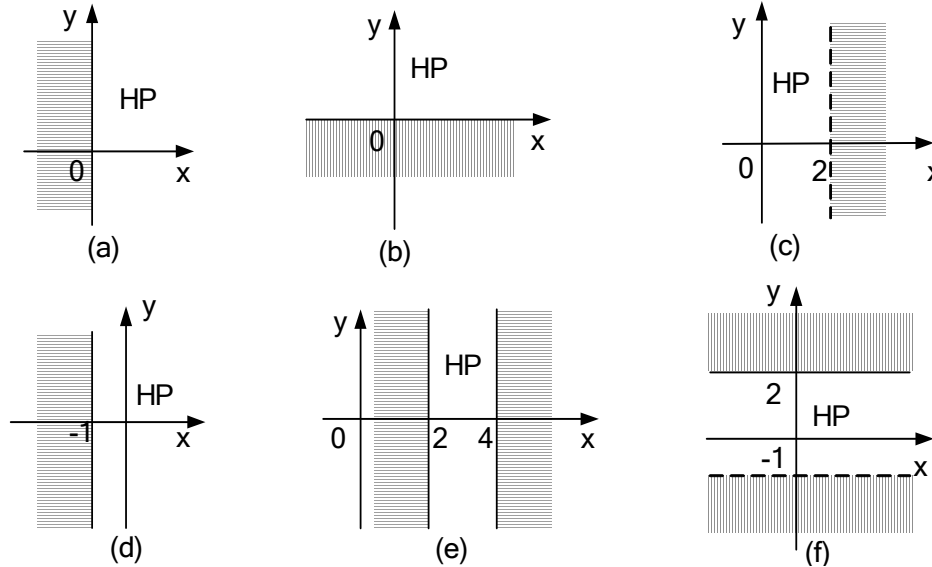
Tentukan daerah penyelesaian dari

- | | | |
|---------------|----------------|----------------------|
| a. $x \geq 0$ | c. $x < 2$ | e. $2 \leq x \leq 4$ |
| b. $y \geq 0$ | d. $x \geq -1$ | f. $-1 < y \leq 2$ |

Jawab:

- $x \geq 0$ mempunyai persamaan $x = 0$, ini merupakan garis lurus, yang berimpit dengan sumbu y . Daerah penyelesaian dengan mudah dapat dicari yaitu daerah di sebelah kanan garis atau sumbu y karena yang diminta adalah untuk $x \geq 0$. Daerah penyelesaian ditunjukkan pada gambar 4-2a.
- $y \geq 0$ mempunyai persamaan $y = 0$, ini merupakan garis lurus yang berimpit dengan sumbu x . Daerah penyelesaian dengan mudah dapat dicari, yaitu daerah di sebelah atas garis atau sumbu x karena yang diminta adalah untuk $y \geq 0$. Daerah penyelesaian ditunjukkan pada gambar 4-2b.
- $x < 2$ mempunyai persamaan $x = 2$. Daerah penyelesaian adalah daerah di sebelah kiri garis karena yang diminta adalah untuk $x < 2$. Daerah penyelesaian ditunjukkan pada gambar 4-2c.
- $x \geq -1$ mempunyai persamaan $x = -1$. Daerah penyelesaian adalah daerah di sebelah kanan garis karena yang diminta adalah untuk $x \geq -1$. Daerah penyelesaian ditunjukkan pada gambar 4-2d.
- $2 \leq x \leq 4$ mempunyai persamaan $x = 2$ dan $x = 4$. Daerah penyelesaian adalah daerah di antara kedua garis tersebut. Daerah penyelesaian ditunjukkan pada gambar 4-2e.

- f. $-1 \leq y \leq 2$ mempunyai persamaan $y = -1$ dan $y = 2$. Daerah penyelesaian adalah daerah di antara kedua garis tersebut. Daerah penyelesaian ditunjukkan pada gambar 4-2f.



Gambar 4-2 Himpunan daerah penyelesaian

3. Grafik Himpunan Penyelesaian Pertidaksamaan Linier Dua Variabel

Pertidaksamaan linier dua variabel, yaitu pertidaksamaan yang memuat dua peubah misalnya x dan y . Himpunan penyelesaian pertidaksamaan tersebut dapat disajikan dalam bidang cartesius. Bentuk-bentuk pertidaksamaan linier adalah

$$ax + by < c, \quad ax + by \leq c, \quad ax + by \geq c \text{ atau } ax + by > c.$$

Langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan daerah himpunan pertidaksamaan linier dua variabel adalah sebagai berikut

- Gambarlah garis $ax + by = c$ pada bidang cartesius dengan cara mencari titik-titik potong grafik dengan sumbu x ($y = 0$) dan sumbu y ($x = 0$).
- Ambil titik sembarang $P(x_1, y_1)$ yang bukan terletak pada garis tersebut, kemudian dihitung nilai dari $ax_1 + by_1$. Nilai $ax_1 + by_1$ ini dibandingkan dengan nilai c .
- Daerah penyelesaian untuk pertidaksamaan $ax + by \leq c$ ditentukan sebagai berikut
 - Jika $ax_1 + by_1 < c$, maka daerah yang memuat P merupakan daerah penyelesaian.
 - Jika $ax_1 + by_1 > c$, maka daerah yang memuat titik P bukan merupakan daerah penyelesaian.
- Daerah penyelesaian untuk pertidaksamaan $ax + by \geq c$ ditentukan sebagai berikut
 - Jika $ax_1 + by_1 > c$, maka daerah yang memuat P merupakan daerah penyelesaian.
 - Jika $ax_1 + by_1 < c$, maka daerah yang memuat titik P bukan merupakan daerah penyelesaian.
- Daerah yang bukan merupakan penyelesaian diberi arsiran, sehingga daerah penyelesaiannya merupakan daerah tanpa arsiran. Hal ini sangat membantu pada saat menentukan daerah yang memenuhi terhadap beberapa pertidaksamaan.

- f. Daerah penyelesaian untuk pertidaksamaan yang memuat tanda sama dengan digambar dengan garis penuh, sedangkan daerah penyelesaian pertidaksamaan yang tidak memuat tanda sama dengan digambar dengan garis putus-putus.

Contoh 2

Tentukan daerah penyelesaian dari

a. $2x + y \leq 4$

b. $2x - 3y \geq 6$

Untuk menyelesaikan contoh di atas, gambarkan terlebih dahulu grafik masing-masing garisnya dengan cara mencari titik-titik potong dengan sumbu x dan sumbu y.

Jawab:

a. $2x + y = 4$

Untuk mencari titik potong grafik dengan sumbu x dan sumbu y dicari dengan cara membuat tabel berikut ini.

x	0	2
y	4	0

Dengan demikian titik potong dengan sumbu x dan y adalah (2, 0) dan (0, 4).

Ambillah titik P(0, 0) sebagai titik uji pada $2x + y \leq 4$ dan diperoleh $2 \cdot 0 + 0 \leq 4$.

Daerah yang terdapat titik P merupakan penyelesaian (daerah tidak terarsir) yang ditunjukkan pada gambar 4-3a.

b. $2x - 3y = 6$

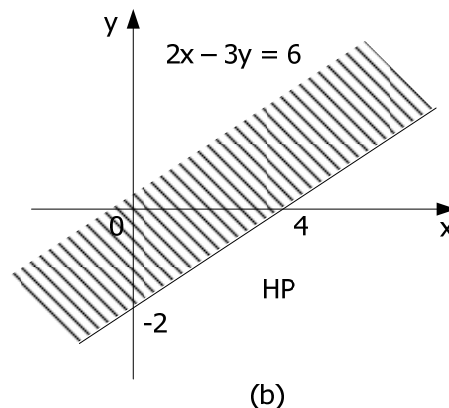
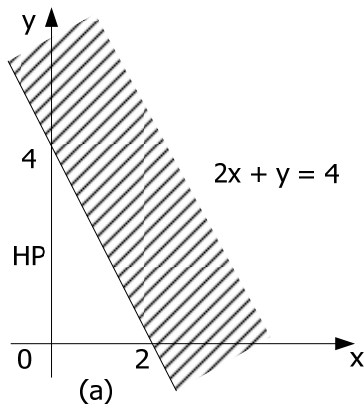
Untuk mencari titik potong grafik dengan sumbu x dan sumbu y dicari dengan cara membuat tabel berikut ini:

x	0	3
y	-2	0

Dengan demikian titik potong dengan sumbu x dan y adalah (0, -2) dan (3, 0).

Ambillah titik P(0,0) sebagai titik uji pada $2x - 3y \geq 6$, dan diperoleh $2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 \leq 6$.

Daerah yang terdapat titik P bukan merupakan penyelesaian (daerah terarsir) yang ditunjukkan pada gambar 4 - 3b.



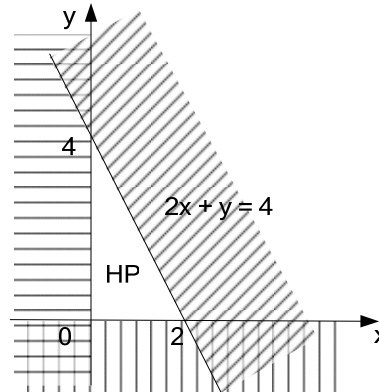
Gambar 4-3 Himpunan daerah penyelesaian pertidaksamaan dua variabel

Contoh 3

Tentukan himpunan penyelesaian dari $x \geq 0$, $y \geq 0$ dan $2x + y \leq 4$

Jawab:

Himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan di atas adalah perpotongan atau irisan dari ketiga penyelesaian pertidaksamaan tersebut. Perhatikan (a) dan (b) pada contoh 1 dan (a) pada contoh 2 di atas. Dengan demikian himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan tersebut disajikan seperti tampak pada gambar 4-4 di samping.



Gambar 4-4 HP dari $x \geq 0$, $y \geq 0$ dan $2x + y \leq 4$

Contoh 4

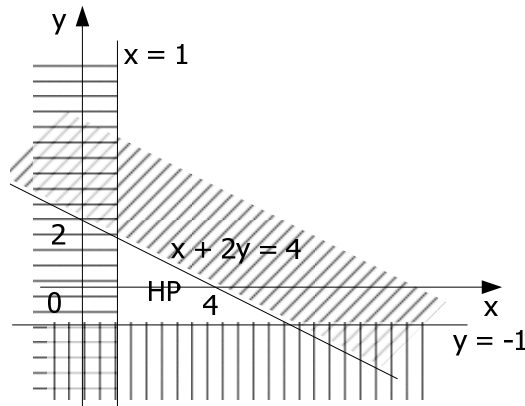
Tentukan himpunan penyelesaian dari $x \geq 1$, $y \geq -1$ dan $x + 2y \leq 4$.

Jawab:

- Untuk $x \geq 1$ mempunyai persamaan $x = 1$. Daerah penyelesaian adalah daerah di sebelah kanan garis karena yang diminta adalah untuk $x \geq 1$.
- Untuk $y \geq -1$ mempunyai persamaan $y = -1$. Daerah penyelesaian adalah daerah di sebelah atas garis karena yang diminta adalah untuk $y \geq -1$.
- Untuk $x + 2y \leq 4$ mempunyai persamaan $x + 2y = 4$ dan titik potong grafik dengan sumbu koordinat dicari seperti berikut ini.

x	0	4
y	2	0

- Titik potong dengan sumbu koordinat adalah (4, 0) dan (0, 2)
 Ambillah titik P(0, 0) sebagai titik uji pada $x + 2y \leq 4$ dan diperoleh $0 + 2 \cdot 0 \leq 4$.
 Daerah yang memuat titik P merupakan penyelesaian (daerah tidak terarsir).
- Jadi, daerah yang merupakan penyelesaian adalah daerah yang tanpa arsiran seperti gambar 4-5 di samping.



Gambar 4-5 HP dari $x \geq 1$, $y \geq -1$ dan $x + 2y \leq 4$

Contoh 5

Tentukan himpunan penyelesaian dari $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \geq 3$, dan $3x + y \geq 6$

Jawab:

- $x + y \geq 3$ mempunyai persamaan $x + y = 3$ dan titik potong grafik dengan sumbu koordinat dapat dicari seperti berikut ini.

x	0	3
y	3	0

Titik potong dengan sumbu koordinat adalah (3, 0) dan (0, 3).
Ambillah titik P(0, 0) sebagai titik uji pada $x + y \geq 3$, dan diperoleh $0 + 0 \leq 3$.

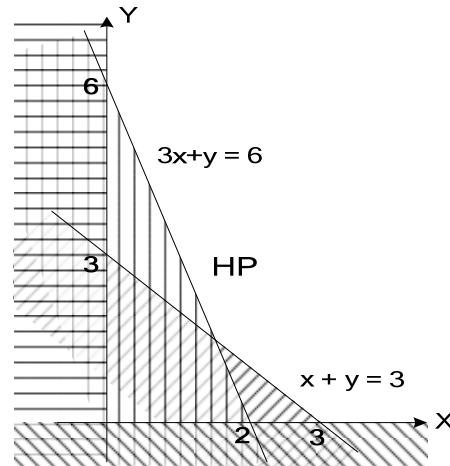
Daerah yang memuat titik (0, 0) bukan merupakan penyelesaian (daerah terarsir).

- $3x + y \geq 6$ mempunyai persamaan $3x + y = 6$ dan titik potong grafik dengan sumbu koordinat dapat dicari seperti berikut ini.

x	0	2
y	6	0

Titik potong dengan sumbu koordinat adalah (2, 0) dan (0, 6).

Ambillah titik P(0, 0) sebagai titik uji pada $3x + y \geq 6$, dan diperoleh $3 \cdot 0 + 0 \leq 6$. Daerah yang memuat titik (0, 0) bukan merupakan penyelesaian (daerah terarsir). Daerah penyelesaiannya merupakan daerah tanpa arsiran seperti pada gambar 4-6



Gambar 4-6 HP $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \geq 3$, dan $3x + y \geq 6$

Contoh 6

Tentukan penyelesaian dari $x \geq 0$, $0 \leq y \leq 4$, $3x + 2y \leq 12$, dan $3x - y \geq -3$, ($x, y \in B$).

Jawab:

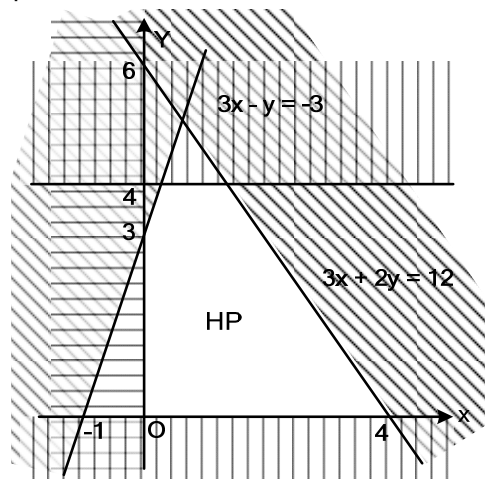
- Untuk $0 \leq y \leq 4$ mempunyai persamaan garis $y = 0$ dan $y = 4$. Daerah penyelesaian adalah daerah di antara $y = 0$ dan $y = 4$.
- Untuk $3x + 2y \leq 12$ mempunyai persamaan $3x + 2y = 12$ dan titik potong grafik dengan sumbu koordinat dapat dicari seperti berikut ini.

x	0	4
y	6	0

Titik potong dengan sumbu koordinat adalah (4, 0) dan (0, 6).
Ambillah titik P(0, 0) sebagai titik uji pada $3x + 2y = 12$, dan diperoleh $3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \leq 12$.

Daerah yang memuat titik P merupakan penyelesaian (daerah tidak terarsir).

- $3x - y \geq -3$ mempunyai persamaan $3x - y = -3$ dan titik potong grafik dengan sumbu koordinat dapat dicari seperti berikut ini.



Gambar 4-7 HP dari $x \geq 0$, $0 \leq y \leq 4$, $3x + 2y \leq 12$, dan $3x - y \geq -3$

x	0	-1
y	3	0

Titik potong dengan sumbu koordinat adalah (-1, 0) dan (0, 3).

Ambillah titik P(0, 0) sebagai titik uji pada $3x - y \geq -3$, dan diperoleh $3 \cdot 0 - 0 \geq -3$.

Daerah yang memuat titik P merupakan penyelesaian (daerah tidak terarsir).

- Penyelesaian dari sistem pertidaksamaan ditunjukkan oleh noktah-noktah pada daerah penyelesaian, karena x dan y merupakan bilangan bulat seperti ditunjukkan pada gambar 4,7 di atas. Jika dicari himpunan penyelesaiannya adalah $HP = \{(0, 0), (1, 0), (2, 0), (3, 0), (4, 0), (0, 1), (1, 1), (2, 1), (3, 1), (0, 2), (1, 2), (2, 2), (0, 3), (1, 3), (2, 3), (1, 4)\}$.

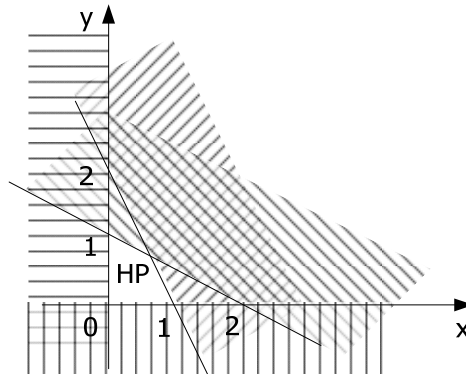
Contoh 7

Daerah HP dari gambar 4-8 di samping merupakan himpunan penyelesaian dari suatu sistem pertidaksamaan. Tentukan sistem pertidaksamaan tersebut.

Jawab:

Untuk menyelesaikan soal tersebut, yang pertama dilakukan adalah mencari persamaan garis yang melalui titik-titik pada gambar 4-8 dengan menggunakan rumus persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) sebagai berikut.

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$



Gambar 4-8 Daerah HP dari suatu sistem pertidaksamaan

Misalkan g_1 adalah garis yang melalui titik (1, 0) dan (0, 2), maka g_1 adalah

$$\frac{y - 0}{2 - 0} = \frac{x - 1}{0 - 1} \Rightarrow \frac{y}{2} = \frac{x - 1}{-1} \Rightarrow -y = 2x - 2 \Rightarrow 2x + y = 2$$

dan g_2 adalah garis yang melalui titik (2, 0) dan (0, 1), maka g_2 adalah

$$\frac{y - 0}{1 - 0} = \frac{x - 2}{0 - 2} \Rightarrow \frac{y}{1} = \frac{x - 2}{-2} \Rightarrow -2y = x - 2 \Rightarrow x + 2y = 2$$

Daerah yang diarsir terletak pada sebelah kanan sumbu y, maka $x \geq 0$;
 sebelah atas sumbu x, maka $y \geq 0$;
 sebelah bawah garis g_1 maka $2x + y \leq 2$;
 sebelah bawah garis g_2 , maka $x + 2y \leq 2$.

Dengan demikian sistem pertidaksamaan dari daerah yang diarsir adalah

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 2 \\ x + 2y \leq 2 \end{cases}$$

Untuk mencari persamaan garis yang memotong sumbu x dan sumbu y di titik (a, 0) dan (0, b) dapat digunakan rumus

$$bx + ay = ab$$

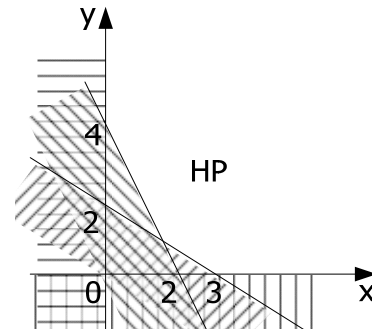
Contoh penggunaan rumus tersebut dapat dilihat pada contoh di bawah ini.

Contoh 8

Daerah yang diarsir dari gambar 4-9 merupakan himpunan penyelesaian dari suatu sistem pertidaksamaan. Tentukan sistem pertidaksamaan tersebut.

Jawab:

- Persamaan garis g_1 melalui titik $(2, 0)$ dan $(0, 4)$ adalah:
 $4x + 2y = 8$
 $2x + y = 4$



Gambar: 4-9 Daerah HP dari suatu sistem pertidaksamaan

- Persamaan garis g_2 melalui titik $(3, 0)$ dan $(0, 2)$ adalah $2x + 3y = 6$
- Selain dibatasi oleh garis-garis di atas juga dibatasi oleh garis $x = 0$ dan $y = 0$.

Daerah yang diarsir terletak:

Sebelah kanan sumbu y , maka $x \geq 0$

Sebelah atas sumbu x , maka $y \geq 0$

Sebelah atas garis g_1 , maka $2x + y \geq 4$

Sebelah atas garis g_2 , maka $2x + 3y \geq 6$

Sehingga sistem pertidaksamaan dari daerah yang diarsir adalah

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \geq 4 \\ 2x + 3y \geq 6 \end{cases}$$

B. Rangkuman Grafik Himpunan Penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Linier

1. Pertidaksamaan linier dua variabel yaitu pertidaksamaan yang memuat dua peubah misalnya x dan y . Himpunan penyelesaian pertidaksamaan tersebut dapat disajikan dalam bidang cartesius. Bentuk umumnya adalah $ax + by < c$, $ax + by \leq c$, $ax + by \geq c$ atau $ax + by > c$.
2. Langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan daerah himpunan penyelesaian pertidaksamaan linier dua variabel adalah sebagai berikut.
 - a. Gambarlah garis $ax + by = c$ pada bidang cartesius dengan cara mencari titik-titik potong grafik dengan sumbu x ($y = 0$) dan sumbu y ($x = 0$).
 - b. Ambil titik sembarang $P(x_1, y_1)$ yang bukan terletak pada garis tersebut, kemudian dihitung nilai dari $ax_1 + by_1$ untuk mengetahui apakah nilai P terletak pada daerah penyelesaian atau tidak.
 - c. Daerah yang bukan merupakan penyelesaian diberi arsiran, sehingga daerah penyelesaiannya merupakan daerah tanpa arsiran. Hal ini sangat membantu pada saat menentukan daerah yang memenuhi terhadap beberapa pertidaksamaan.
3. Untuk menyelesaikan soal-soal pertidaksamaan membutuhkan rumus-rumus berikut:
 - a. Rumus persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) , yaitu

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

- b. Persamaan garis yang memotong sumbu x dan y di titik $(a, 0)$ dan $(0, b)$ dapat digunakan rumus $bx + ay = ab$

LATIHAN

1

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan di bawah ini.

- | | | |
|----------------|-----------------------|----------------------|
| a. $x \geq 1$ | e. $-1 \leq x \leq 3$ | i. $x + y \geq 2$ |
| b. $x \leq -2$ | f. $0 \leq x \leq 4$ | j. $-x + 2y \leq 4$ |
| c. $y \leq 2$ | g. $-2 \leq y \leq 0$ | k. $3x + 5y \leq 15$ |
| d. $y \geq -3$ | h. $1 \leq y \leq 2$ | l. $2x + y \leq 6$ |

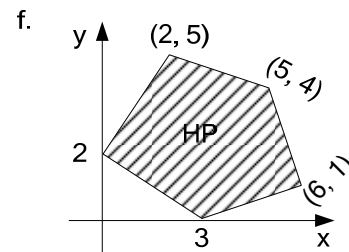
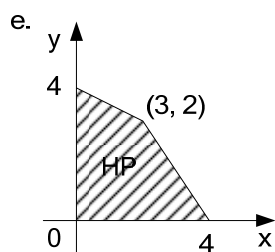
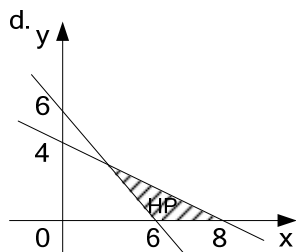
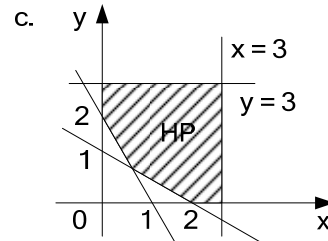
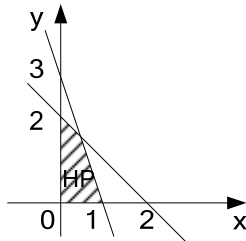
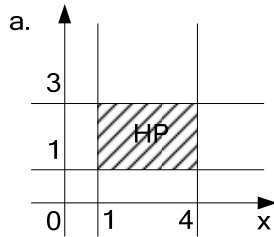
2. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan di bawah ini.

- | | |
|---|---|
| a. $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$ | h. $1 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4, x + 2y \leq 6$ |
| b. $x \geq 0, y \geq 0, x - y \leq 3$ | i. $0 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 4, 2x + y \leq 5$ |
| c. $x \geq 0, y \geq 0, x + 3y \geq 6$ | j. $-1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3, -x + y \geq 3$ |
| d. $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 2y \geq 6$ | k. $x \geq 0, y \geq 0, x + 4y \leq 8, 2x + y \leq 4$ |
| e. $x \geq 1, y \geq 0, 2x + y \leq 6$ | l. $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 6, 2x + y \geq 4$ |
| f. $x \geq -1, y \leq 3, 2x + y \leq 6$ | m. $x \geq 0, y \geq 0, 12x + 3y \leq 36, 2x + y \geq 10$ |
| g. $x + 2y \leq 4, 3x + y \leq 6$ | n. $x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 8, 3x + y \geq 6$ |

3. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan berikut untuk x dan y anggota bilangan bulat.

- | | |
|--|---|
| a. $x \geq 0, y \geq 0, x \leq 4$ | d. $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3, x + y \leq 5$ |
| b. $0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 5$ | e. $x \geq 0, y \geq 0, 4x + 5y \leq 20$ |
| c. $-1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2$ | f. $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 2y \leq 12, x + 2y \leq 8$ |

4. Tentukan sistem pertidaksamaan dari himpunan penyelesaian yang disajikan dalam gambar (daerah diarsir) di bawah ini.



C Model Matematika dari Soal Cerita (Kalimat Verbal)

Setelah mempelajari materi pada kompetensi dasar ini, kalian diharapkan dapat:

- menjelaskan pengertian model matematika,
- menyusun model matematika dalam bentuk sistem pertidaksamaan linier,
- menentukan daerah penyelesaian.

1 . Pengertian Model Matematika

Hal terpenting dalam masalah program linier adalah mengubah persoalan verbal ke dalam bentuk model matematika (persamaan atau pertidaksamaan) yang merupakan penyajian dari bahasa sehari-hari ke dalam bahasa matematika yang lebih sederhana dan mudah dimengerti. Jadi model matematika adalah suatu rumusan (dapat berupa persamaan, pertidaksamaan atau fungsi) yang diperoleh dari suatu penafsiran ketika menerjemahkan suatu soal verbal. Model matematika pada persoalan program linier pada umumnya membahas beberapa hal, yaitu:

- a. Model matematika berbentuk sistem pertidaksamaan linier dua peubah yang merupakan bagian kendala-kendala yang harus dipenuhi oleh peubah itu sendiri.
- b. Model matematika yang berkaitan dengan fungsi sasaran yang hendak dioptimalkan (minimalkan atau maksimalkan)

2. Mengubah Kalimat Verbal menjadi Model Matematika dalam Bentuk Sistem Pertidaksamaan

Untuk mempermudah mengubah soal-soal verbal yang berbentuk program linier ke dalam model matematika digunakan tabel sebagai berikut :

Variabel	Variabel 1 (x)	Variabel 2 (y)	Persediaan
Variabel lain 1			
Variabel lain 2			
Variabel lain 3			

Contoh 9

Untuk membuat roti A diperlukan 200 gram tepung dan 25 gram mentega. Sedangkan untuk roti B diperlukan 100 gram tepung dan 50 gram mentega. Tepung yang tersedia hanya 4 kg dan mentega yang ada 1,2 kg. Jika harga roti A Rp400,00 dan roti B harganya Rp500,00. Buatlah model matematikanya.

Jawab:

Misalkan banyak roti A = x dan banyak roti B = y , berarti variabel yang lain adalah tepung dan mentega. Sehingga tabel yang diperoleh sebagai berikut :

Variabel	Roti A (x)	Roti B (y)	Persediaan
tepung	200 gram	100 gram	4000 gram
mentega	25 gram	50 gram	1200 gram

Terigu dan mentega paling banyak tersedia 4 kg = 4.000 gram dan 1,2 kg = 1.200 gram jadi tanda pertidaksamaan \leq . Dari tabel dapat dibuat pertidaksamaan:

$$200x + 100y \leq 4.000 \text{ disederhanakan:}$$

$$2x + y \leq 40 \quad \dots (1)$$

$$25x + 50y \leq 1.200 \text{ disederhanakan:}$$

$$x + 2y \leq 48 \quad \dots (2)$$

karena x dan y adalah bilangan bulat yang tidak negatif maka:

$$x \geq 0 \quad \dots (3)$$

$$y \geq 0 \quad \dots (4)$$



Gambar 4-10 Toko roti
www.mallkelapagading.com

keempat pertidaksamaan di atas merupakan persyaratan yang harus dipenuhi disebut *fungsi kendala*. Harga roti A Rp500,00 dan roti B Rp400,00, maka hasil penjualan dapat dirumuskan dengan $Z = 400x + 500y$: Z disebut *fungsi objektif* atau fungsi sasaran yang dapat dimaksimumkan atau diminimumkan.

Contoh 10

Seorang agen sepeda bermaksud membeli 25 buah sepeda untuk persediaan. Harga sepeda biasa Rp600.000,00 per buah dan sepeda federal Rp800.000,00 per buah. Ia merencanakan untuk tidak membelanjakan uangnya lebih dari Rp16.000.000,00 dengan mengharap keuntungan Rp100.000,00 per buah dari sepeda biasa dan Rp120.000,00 per buah dari sepeda federal. Buatlah model matematikanya.

Jawab:

Misalkan x = jumlah sepeda biasa dan y = jumlah sepeda federal, maka dapat dibuat tabel sebagai berikut.

Variabel	Sepeda biasa (x)	Sepeda federal (y)	Persediaan
Jumlah	1	1	25
Modal	600.000	800.000	16.000.000

Persediaan sepeda dan modal paling banyak 25 buah dan Rp16.000.000,00. Jadi tanda pertidaksamaan \leq , sehingga pertidaksamaannya sebagai berikut.

$$x + y \leq 25 \quad \dots (1)$$

$$600.000x + 800.000y \leq 16.000.000 \text{ disederhanakan}$$

$$3x + 4y \leq 80 \quad \dots (2)$$

$$x \geq 0 \quad \dots (3) \text{ dan}$$

$$y \geq 0 \quad \dots (4)$$

Bentuk objektifnya $Z = 100.000x + 120.000y$

Contoh 11

Seorang petani memerlukan paling sedikit 30 unit zat kimia A dan 24 unit zat kimia B untuk pupuk kebun sayurnya. Kedua zat kimia itu dapat diperoleh dari pupuk cair dan pupuk kering. Jika setiap botol pupuk cair yang berharga Rp20.000,00 mengandung 5 unit zat kimia A dan 3 unit zat kimia B, sedangkan setiap kantong pupuk kering yang berharga Rp16.000,00 mengandung 3 unit zat kimia A dan 4 unit zat kimia B. Buatlah model matematikanya, sehingga petani dalam membeli dua jenis pupuk tersebut mengeluarkan biaya seminimal mungkin.

Jawab:

Misalkan banyak botol pupuk cair = x dan banyak kantong pupuk kering = y , berarti variabel yang lain adalah zat kimia A dan zat kimia B. Dengan demikian tabel yang diperoleh adalah sebagai berikut

Variabel	Pupuk cair (x)	Pupuk kering (y)	Persediaan
Zat kimia A	5	3	30
Zat kimia B	3	4	24

Zat kimia A dan zat kimia B paling sedikit 30 unit dan 24 unit. Jadi, tanda pertidaksamaan adalah \geq . Dari tabel dapat dibuat pertidaksamaan:

$$5x + 3y \geq 30 \quad \dots (1)$$

$$3x + 4y \geq 24 \quad \dots (2)$$

karena x dan y adalah bilangan bulat yang tidak negatif, maka:

$$x \geq 0 \quad \dots (3)$$

$$y \geq 0 \quad \dots (4)$$

Dengan harga per botol pupuk cair Rp20.000,00 dan per kantong pupuk kering Rp16.000,00, maka pengeluaran petani untuk membeli pupuk dirumuskan dengan fungsi obyektif $Z = 20.000x + 16.000y$

Contoh 12

Pengembang PT Bangun Propertindo membangun tiga jenis rumah, yaitu tipe 21, tipe 36, dan tipe 45 di daerah Tangerang provinsi Banten.

Luas tanah yang diperlukan untuk membangun masing-masing tipe adalah 60 m^2 , 72 m^2 , dan 90 m^2 untuk tiap unitnya. Tanah yang tersedia seluas 50 hektar. Tanah yang tersedia digunakan juga untuk membuat jalan serta diwajibkan menyediakan lahan untuk fasilitas sosial dan umum (fasos dan fasum) yang luasnya 5% dari tanah yang tersedia. Apabila banyaknya rumah yang dapat dibangun masing-masing tipe adalah x , y , dan z unit, buatlah model matematika dari persoalan tersebut.



Gambar 4-11 Perumahan di Serpong
www.serpongfile.wordpress.com

Jawab:

Misalkan banyaknya rumah yang dapat dibangun sebagai berikut.

Rumah tipe 21 adalah x unit, Rumah tipe 36 adalah y unit, dan rumah tipe 45 adalah z unit. Luas tanah yang digunakan untuk membangun rumah adalah L . Jadi,

$L =$ luas tanah yang tersedia – luas untuk jalan dan fasos/fasum

$$= 50 \text{ hektar} - 5\% \cdot 50 \text{ hektar}$$

$$= 47,5 \text{ hektar} = 475.000 \text{ m}^2$$

Dengan demikian model matematika dari persoalan verbal tersebut adalah:

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 60x + 72y + 90z \leq 475.000$$

Tanda \geq dimaksudkan bahwa tiap tipe rumah yang dibangun lebih dari sama dengan 0, sedangkan tanda \leq untuk membatasi luas tanah maksimum yang tersedia.

Persoalan yang muncul biasanya pada perusahaan, yaitu bagaimana memaksimalkan keuntungan (pendapatan) atau meminimumkan pengeluaran dari bahan yang digunakan dalam memproduksi suatu barang atau jasa. Variabel atau faktor-faktor lain yang berkaitan proses menentukan nilai *optimum* (maksimum/minimum) perlu diperhitungkan. Pada pembahasan buku ini hanya terdiri atas dua peubah.

Contoh 13

Dari contoh 10, buatlah daerah penyelesaiannya.

Jawab:

Contoh 10, diperoleh sistem pertidaksamaan:

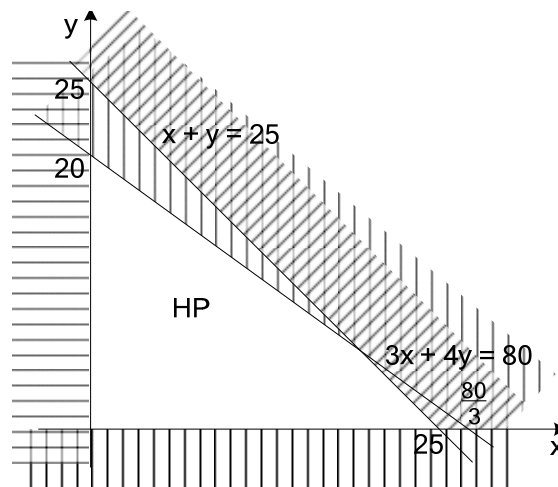
$$x + y \leq 25$$

$$3x + 4y \leq 80$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

dengan menggunakan cara menentukan daerah penyelesaian dari contoh 5 diperoleh grafik daerah penyelesaian sebagai berikut.



Gambar 4-12 Daerah HP $x + y \leq 25$;
 $3x + 4y \leq 80$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

D. Rangkuman Model Matematika dari Soal Cerita (Kalimat Verbal)

1. Untuk mempermudah mengubah soal-soal verbal yang berbentuk program linier ke dalam model matematika kita gunakan tabel sebagai berikut :

Variabel	Variabel 1 (x)	Variabel 2 (y)	Persediaan
Variabel lain 1			
Variabel lain 2			
Variabel lain 3			

2. Sistem pertidaksamaan \leq , jika persediaan dalam soal verbal tersirat kata “paling banyak”. Sistem pertidaksamaan \geq , jika persediaan dalam soal verbal tersirat kata “paling sedikit”.

LATIHAN

2

Dari soal-soal verbal di bawah ini, buatlah model matematikanya, baik fungsi kendala maupun fungsi sasaran. jika ada. Kemudian tentukan daerah penyelesaiannya.

- Seorang petani ingin memupuk tanaman jagung dan kedelai masing-masing dengan 300 gram Urea dan 150 gram Za untuk jagung, sedangkan untuk kedelai 600 gr urea dan 125 gr Za. Petani tersebut memiliki hanya 18 kg Urea dan 6 kg Za.
- Produk A membutuhkan 30 kg bahan mentah dan 18 jam waktu kerja mesin. Produk B membutuhkan 20 kg bahan mentah dan 24 jam kerja mesin. Bahan mentah yang tersedia 75 kg dan waktu kerja mesin 72 jam.
- Seorang penjahit akan membuat pakaian jadi dengan persediaan kain polos 20 meter dan kain bergaris 10 meter. Model A membutuhkan 1 meter kain polos dan 1,5 meter kain bergaris. Model B membutuhkan 2 meter kain polos dan 0,5 meter kain bergaris. Keuntungan pakaian model A sebesar Rp15.000,00 dan pakaian model B sebesar Rp10.000,00.
- Seorang pemilik toko sepatu ingin mengisi tokonya dengan sepatu laki-laki paling sedikit 75 pasang dan sepatu wanita paling sedikit 100 pasang. Toko tersebut hanya dapat memuat 200 pasang sepatu. Keuntungan setiap pasang sepatu laki-laki sebesar Rp15.000,00 dan sepatu wanita Rp10.000,00.
- Seorang pengusaha ingin menyewakan rumahnya kepada 640 orang mahasiswa. Pengusaha tersebut membangun rumah tidak lebih dari 120 rumah yang terdiri atas tipe I (untuk 4 orang) disewakan Rp500.000,00/bulan dan tipe II (untuk 6 orang) disewakan Rp700.000,00/bulan.
- Seorang penjaga buah-buahan yang menggunakan gerobak menjual Apel dan jeruk. Harga pembelian apel Rp5.000,00 tiap kg dan jeruk Rp2.000,00 tiap kg. Pedagang tersebut hanya mempunyai modal Rp1.250.000,00 dan muatan gerobak tidak melebihi 400 kg.
- Diketahui luas daerah parkir 360 m^2 . Jika luas rata-rata sebuah mobil 6 m^2 dan sebuah bus 24 m^2 , dan daerah parkir tidak dapat memuat lebih dari

- 20 kendaraan. Biaya parkir untuk sebuah mobil Rp3.000,00 dan sebuah bus Rp5.000,00.
8. Lia membeli kue A dengan harga Rp1.000,00 dan kue B seharga Rp2.000,00. Modal yang dimiliki Lia tidak lebih dari Rp400.000,00. Lia dapat menjual kue A dengan harga Rp1.300,00 dan kue B dengan harga Rp2.200,00. Lia hanya dapat menjual kedua kue sebanyak 300 buah saja setiap hari.
 9. Seorang penjahit mempunyai bahan 30 meter wol dan 20 meter katun. Ia akan membuat setelan jas dan rok untuk dijual. Satu setel jas memerlukan 3 meter wol dan 1 meter katun, sedangkan untuk rok memerlukan 1 meter wol dan 2 meter katun. Keuntungan dari 1 setel jas Rp75.000,00 dan 1 setel rok Rp50.000,00.
 10. Seorang pengusaha material hendak mengangkut 110 ton barang dari gudang A ke gudang B. Untuk keperluan ini sekurang-kurangnya diperlukan 50 kendaraan truk yang terdiri atas truk jenis 1 dengan kapasitas 3 ton dan truk jenis 2 dengan kapasitas 2 ton. Biaya sewa truk jenis 1 adalah Rp50.000,00 dan truk jenis 2 adalah Rp40.000,00.

E. Nilai Optimum dari Sistem Pertidaksamaan Linier

Setelah mempelajari materi pada kompetensi dasar ini, kalian diharapkan dapat:

- menentukan titik optimum dari daerah himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linier, dan
- menentukan nilai optimum dari fungsi obyektif.

Nilai Optimum Fungsi Sasaran dari Daerah Sistem Pertidaksamaan Linier

Hal terpenting dalam masalah program linier adalah mengubah persoalan verbal ke dalam bentuk model matematika (persamaan atau pertidaksamaan) yang merupakan penyajian dari bahasa sehari-hari ke dalam bahasa matematika yang lebih sederhana dan mudah dimengerti.

Pada pembahasan dalam buku ini hanya menyajikan model matematika sederhana yang hanya melibatkan dua variabel dan penentuan nilai optimum dengan menggunakan *uji titik pojok*. Langkah-langkah yang ditempuh untuk mendapatkan nilai optimum adalah sebagai berikut.

- a. Ubahlah persoalan verbal ke dalam model matematika (dalam bentuk sistem pertidaksamaan).
- b. Tentukan Himpunan Penyelesaian (*daerah feasible*).
- c. Tentukan semua titik-titik pojok pada daerah feasible tersebut
- d. Hitung nilai bentuk objektif untuk setiap titik pojok dalam daerah feasible.
- e. Dari hasil pada langkah d, nilai maksimum atau minimum dapat ditetapkan.

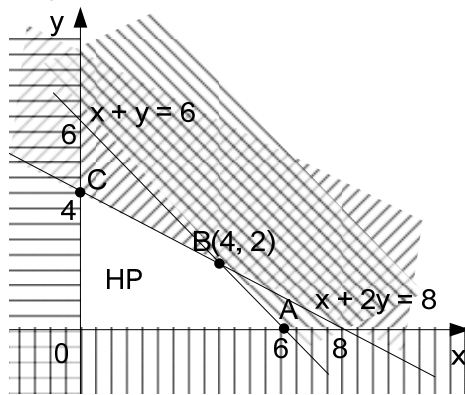
Contoh 14

Tentukan nilai maksimum dan minimum dari $Z = 5x + 3y$, dengan syarat:
 $x + 2y \leq 8$; $x + y \leq 6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Jawab:

Dengan cara seperti contoh sebelumnya, sistem pertidaksamaan tersebut mempunyai

himpunan penyelesaian seperti tampak pada gambar 4-13 yang merupakan daerah tanpa arsiran.



Gambar 4-13 Daerah HP dari $x + 2y \leq 8$;
 $x + y \leq 6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Himpunan Penyelesaian sistem pertidaksamaan berupa segi empat dengan titik pojok O, A, B dan C. Titik B dapat dicari dengan cara eliminasi/substitusi antara garis $x + 2y = 8$ dan $x + y = 6$, yaitu

$$x + 2y = 8$$

$$x + y = 6$$

$$y = 2$$

$$x + 2 = 6$$

$$x = 4, \text{ sehingga titik } B(4, 2)$$

Kemudian diuji titik-titik pojoknya yang ditunjukkan pada tabel berikut

Titik	x	y	$5x + 3y$
O (0,0)	0	0	0
A (6,0)	6	0	30
B (4,2)	4	2	26
C (0,4)	0	4	12

Jadi, nilai maksimum adalah 30, terjadi untuk $x = 6$ dan $y = 0$. Sedangkan nilai minimum sama dengan 0 untuk $x = 0$ dan $y = 0$.

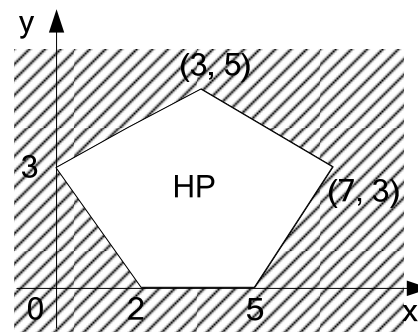
Contoh 15

Tentukan nilai maksimum dan minimum $Z = 2x + 3y$ dari daerah *feasible* yang ditunjukkan pada gambar 4-14

Jawab:

Dengan menggunakan uji titik pojok nilai maksimum dan minimum dicari seperti ditunjukkan pada tabel di bawah ini

Titik	x	y	$2x + 3y$
(2, 0)	2	0	4
(5, 0)	5	0	10
(7, 3)	7	3	23
(3, 5)	3	5	21
(0, 3)	0	3	9



Gambar 4-14 Daerah *feasible* sistem pertidaksamaan

Dari tabel terlihat bahwa nilai maksimum adalah 23 terjadi pada titik (7, 3) dan nilai minimum 4 terjadi pada titik (2, 0).

Contoh 16

Sebuah pesawat terbang mempunyai kapasitas tempat duduk tidak lebih dari 48 orang. Setiap penumpang kelas utama dapat membawa bagasi seberat 60 kg dan kelas ekonomi 20 kg, sedangkan pesawat tersebut mempunyai kapasitas bagasi tidak lebih dari 1.440 kg. Apabila harga tiket untuk kelas utama dan ekonomi masing-masing

Jawab:

Model matematika disusun dengan memisalkan

Banyaknya daging sapi perharinya = x kg

Banyaknya ikan basah perharinya = y kg

Banyaknya	Kalori	Protein	Harga
x	500/kg	200/kg	40.000
y	300/kg	400/kg	20.000
	150/orang	130/orang	

Meminimumkan biaya, $Z = 40.000x + 20.000y$

Syarat kalori 100 orang, $500x + 300y \geq 15.000 \Rightarrow 5x + 3y \geq 150$

Syarat protein 10 orang, $200x + 400y \geq 13.000 \Rightarrow 2x + 4y \geq 130$

$$x \geq 0; y \geq 0$$

Dari model matematika didapat daerah *feasible* ABC

(daerah tak terarsir) pada gambar 4-16

dengan titik B dicari seperti berikut

$$\begin{array}{r|l} 5x + 3y = 150 & \times 2 \\ 2x + 4y = 130 & \times 5 \\ \hline & 10x + 6y = 300 \\ & 10x + 20y = 650 \\ \hline & -14y = -350 \\ & y = 25 \end{array}$$

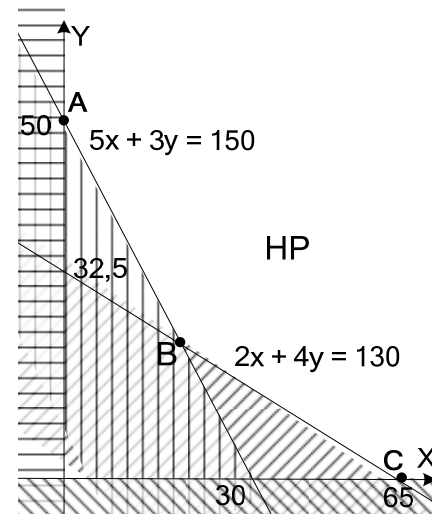
$$2x + 4(25) = 130$$

$$x = 15 \text{ koordinat titik B}(15, 25)$$

Uji titik-titik pojok, yaitu titik-titik A, B dan C.

Titik	x	y	$30.000x + 20.000y$
A (0, 50)	0	50	1.000.000
B (15, 25)	15	25	950.000
C (65, 0)	65	0	1.950.000

Jadi, biaya minimum tiap hari untuk 100 pasien adalah Rp950.000,00 yaitu untuk 15 kg daging dan 25 kg ikan perharinya.



Gambar 4-16

Daerah HP dari $5x + 3y \leq 150$;
 $x + 2y \leq 65$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Contoh 18

Suatu perusahaan mengeluarkan sejenis barang yang diproduksi dalam tiga ukuran, yaitu ukuran besar, ukuran sedang dan ukuran kecil. Ketiga ukuran itu dihasilkan dengan menggunakan mesin I dan mesin II. Mesin I setiap hari menghasilkan 1 ton ukuran besar, 3 ton ukuran sedang dan 5 ton ukuran kecil. Mesin II setiap hari menghasilkan masing-masing ukuran sebanyak 2 ton. Perusahaan itu bermaksud memproduksi paling sedikit 80 ton ukuran besar, 160 ton ukuran sedang dan 200 ton ukuran kecil. Bila biaya operasi mesin I adalah Rp500.000,00 tiap hari dan mesin II adalah Rp400.000,00 tiap hari. Dalam berapa hari masing-masing mesin bekerja untuk pengeluaran biaya sekecil-kecilnya dan berapa biaya tersebut.

Jawab:

Model matematika disusun dengan memisalkan:

Jumlah hari kerja mesin I adalah x

Jumlah hari kerja mesin II adalah y

Dengan menggunakan tabel diperoleh sebagai berikut

	Mesin I(x)	Mesin II(y)	Persediaan
Ukuran besar	1 ton	2 ton	80 ton
Ukuran sedang	3 ton	2 ton	160 ton
Ukuran kecil	5 ton	2 ton	200 ton

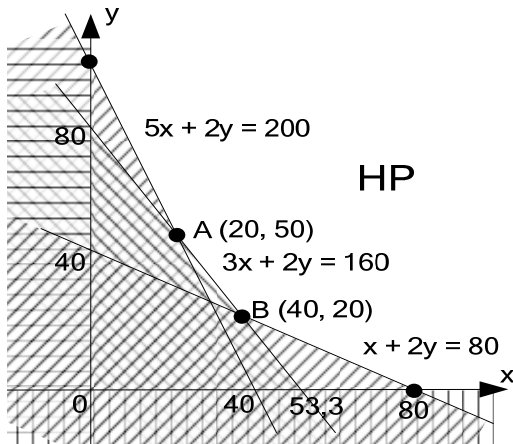
Fungsi objektifnya $Z = 500.000x + 400.000y$

Syarat ukuran besar $x + 2y \geq 80$

Syarat ukuran sedang $3x + 2y \geq 160$

Syarat ukuran kecil $5x + 2y \geq 200$

Dengan cara seperti contoh sebelumnya, sistem pertidaksamaan tersebut mempunyai himpunan penyelesaian seperti tampak pada gambar 4-17 yang merupakan daerah tanpa arsiran



Gambar 4-17 Daerah HP dari $x + 2y \geq 80$; $3x + 2y \geq 160$; $5x + 2y \geq 200$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Titik A ditentukan dengan cara eliminasi atau substitusi persamaan garis $3x + 2y = 160$ dan $5x + 2y = 200$ diperoleh $x = 20$ dan $y = 50$.

Titik B ditentukan dengan cara eliminasi atau substitusi persamaan garis $3x + 2y = 160$ dan $x + 2y = 80$ diperoleh $x = 40$ dan $y = 20$

Dari daerah penyelesaian di samping, maka dapat disimpulkan bahwa daerah penyelesaian tersebut tidak memiliki nilai maksimum.

Uji titik pojok, yaitu koordinat $(0, 100)$, $A(20, 50)$, $B(40, 20)$, dan $(80, 0)$, yaitu:

Titik	x	y	$500.000x + 400.000y$
$(0, 100)$	0	100	40.000.000
$A(20, 50)$	20	50	30.000.000
$B(40, 20)$	40	20	28.000.000
$(80, 0)$	80	0	40.000.000

Jadi, untuk biaya minimum, mesin I bekerja 40 hari dan mesin II 20 hari dengan biaya minimum sebesar Rp28.000.000,00

F. Rangkuman Nilai Optimum dari Sistem Pertidaksamaan Linier

Langkah-langkah yang ditempuh untuk mendapatkan nilai optimum dari soal verbal adalah sebagai berikut,

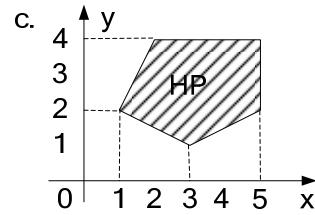
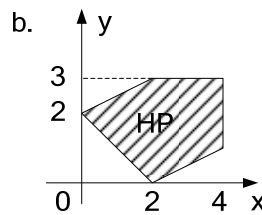
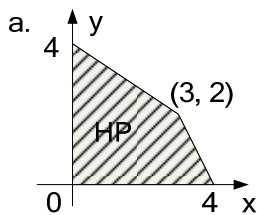
- Ubahlah persoalan verbal ke dalam model matematika (dalam bentuk sistem pertidaksamaan).
- Tentukan himpunan penyelesaian (daerah *feasible*).
- Tentukan semua titik-titik pojok pada daerah *feasible* tersebut.
- Hitung nilai bentuk objektif untuk setiap titik pojok dalam daerah *feasible*.
- Dari hasil pada langkah d, nilai maksimum atau minimum dapat ditetapkan.

LATIHAN

3

1. Untuk soal-soal berikut, tentukan nilai x dan y yang memberikan nilai optimum serta nilai maksimum atau minimum dari bentuk objektif tersebut dengan menggunakan metode titik pojok.
 - a. $5x + 2y \leq 30$; $x + 2y \leq 10$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; bentuk objektif $Z = 3x + 2y$.
 - b. $x + y \leq 6$; $x + 3y \leq 6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; bentuk objektif $Z = 20x + 30y$.
 - c. $x + 2y \leq 8$; $3x + 2y \leq 12$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; bentuk objektif $Z = x + y$.
 - d. $x + 2y \leq 8$; $x + 2y \leq 10$; $0 \leq x \leq 2$; $0 \leq y \leq 6$; bentuk objektif $Z = 2x + 3y$.
 - e. $5x + 10y \leq 50$; $x + y \geq 1$; $y \leq 4$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; bentuk objektif $Z = 2x + y$.

2. Tentukan nilai maksimum dan minimum $z = 3x + 4y$ dari daerah feasible berikut ini



3. Suatu jenis roti membutuhkan 150 gram tepung dan 50 gram mentega, sedangkan jenis yang lain membutuhkan 75 gram tepung dan 75 gram mentega. Bahan yang tersedia adalah 26,25 kg tepung dan 16,25 kg mentega. Keuntungan yang diperoleh dari hasil penjualan roti jenis pertama dan kedua masing-masing Rp500,00 dan Rp600,00. Tentukan tiap-tiap jenis roti yang harus dibuat supaya didapat hasil keuntungan yang maksimum.

4. Seorang pemborong merencanakan membangun 2 tipe rumah dengan ukuran T.50 dan T.70. Untuk itu, ia meminta uang muka masing-masing 1 juta untuk rumah T.50 dan 2 juta untuk T.70 dan ia mengharapkan uang muka yang masuk paling sedikit 250 juta rupiah dari paling sedikit 150 buah rumah yang hendak dibangunnya. Biaya pembuatan tiap rumah adalah 50 juta untuk T.50 dan 75 juta untuk T.70. Tentukan biaya minimal yang harus disediakan untuk membangun rumah-rumah tersebut.

5. Untuk mengangkut 60 ton barang ke tempat penyimpanan diperlukan alat pengangkut. Untuk keperluan itu disewa dua jenis truk, yaitu jenis I dengan kapasitas 3 ton dan jenis II dengan kapasitas 2 ton. Sewa tiap truk jenis I adalah Rp50.000,00 sekali jalan dan Rp40.000,00 untuk jenis II. Ia diharuskan menyewa truk itu sekurang-kurangnya 24 buah. Berapakah banyaknya tiap jenis truk yang harus disewa agar biaya yang dikeluarkan sekecil-kecilnya dan tentukan biaya minimum tersebut?

6. Seorang pemborong mempunyai persediaan cat warna cokelat 100 kaleng dan abu-abu 240 kaleng. Pemborong tersebut mendapat tawaran untuk mencat ruang tamu dan ruang tidur di suatu gedung. Setelah dikalkulasi ternyata 1 ruang tamu menghabiskan 1 kaleng cat warna cokelat dan 3 kaleng warna abu-abu. Sedangkan 1 ruang tidur menghabiskan 2 kaleng cat warna cokelat dan 2 kaleng warna abu-abu. Biaya yang ditawarkan pada pemborong setiap ruang tamu Rp30.000,00 dan

tiap ruang tidur Rp25.000,00. Berapakah pendapatan maksimum yang dapat diterima pemborong?

7. Pengusaha logam membuat logam campuran sebagai berikut.
Logam I terdiri atas baja, besi, dan aluminium dengan perbandingan 2 : 2 : 1.
Logam II terdiri atas baja, besi, dan aluminium dengan perbandingan 4 : 3 : 3.
Sedangkan baja, besi dan aluminium hanya tersedia 128 ton, 120 ton dan 90 ton.
Logam I dijual dengan harga Rp1.500.000,00 per ton dan logam II dijual dengan harga Rp2.500.000,00 per ton. Tentukan berapa ton logam I dan logam II yang harus diproduksi supaya mendapatkan hasil maksimum dan berapakah hasil maksimum tersebut.
 8. Seorang petani menghadapi suatu masalah sebagai berikut.
Agar sehat, setiap sapi harus diberi makanan yang mengandung paling sedikit 27, 21, dan 30 satuan unsur nutrisi jenis P, Q, dan R setiap harinya. Dua jenis makanan I dan makanan II diberikan kepada sapi tersebut. Satu kg jenis makanan I mengandung unsur nutrisi jenis P, Q, dan R masing-masing sebesar 3, 1, dan 1 satuan. Sedangkan satu kg jenis makanan II mengandung unsur nutrisi jenis P, Q, dan R masing-masing sebesar 1, 1, dan 2 satuan. Harga satu kg makanan I dan makanan II adalah Rp60.000,00 dan Rp40.000,00. Petani tersebut harus memutuskan apakah hanya membeli satu jenis makanan saja atau kedua-duanya kemudian mencampurnya, agar petani tersebut mengeluarkan uang sekecil mungkin. Buatlah model matematika dari persoalan di atas, kemudian tentukan besarnya pengeluaran petani tersebut.
 9. Seorang pedagang paling sedikit menyewa 25 kendaraan untuk jenis truk dan colt dengan jumlah yang diangkut 224 karung. Truk dapat mengangkut 14 karung dan colt 8 karung. Ongkos sewa truk Rp100.000,00 dan colt Rp75.000,00 tentukan jumlah kendaraan masing-masing yang harus disewa agar ongkos minimal dan tentukan pula ongkos minimumnya.
 10. Sebuah rumah sakit untuk merawat pasiennya, setiap hari membutuhkan paling sedikit 150.000 unit kalori dan 130.000 unit protein. Setiap kg daging sapi mengandung 500 unit kalori dan 200 unit protein, sedangkan setiap kg ikan segar mengandung 300 unit kalori dan 400 unit protein. Harga per kg daging sapi dan ikan segar masing-masing Rp40.000,00 dan Rp30.000,00. Tentukan berapa kg daging sapi dan ikan segar yang harus disediakan rumah sakit supaya mengeluarkan biaya sekecil mungkin.
-

G. Garis Selidik

Setelah mempelajari materi pada kompetensi dasar ini, kalian diharapkan dapat:

- menjelaskan pengertian garis selidik,
- membuat garis selidik menggunakan fungsi obyektif, dan
- menentukan nilai optimum menggunakan garis selidik.

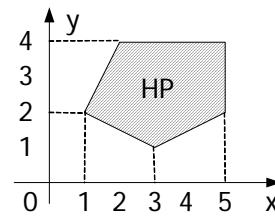
Garis selidik adalah suatu garis yang digunakan untuk menyelidiki nilai optimum (maksimum atau minimum) yang diperoleh dari fungsi sasaran atau fungsi objektif.

Nilai optimum (maksimum dan minimum) bentuk objektif dari himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan selain dengan menggunakan metode titik pojok dapat juga dicari dengan menggunakan *garis selidik*. Langkah-langkah yang diperlukan untuk mencari nilai optimum dengan menggunakan metode garis selidik adalah sebagai berikut

- a. Buatlah garis $ax + by = k$, dimana $ax + by$ merupakan bentuk objektif yang dicari nilai optimumnya. Untuk mempermudah, ambil $k = ab$.
- b. Buatlah garis-garis sejajar $ax + by = k$, yaitu dengan cara mengambil k yang berbeda atau menggeser garis $ax + by = k$ ke kiri atau ke kanan.
 - i) Jika $ax + by = k_1$ adalah garis yang paling kiri pada daerah penyelesaian yang melalui titik (x_1, y_1) , maka $k_1 = ax_1 + by_1$ merupakan nilai minimum.
 - ii) Jika $ax + by = k_2$ adalah garis yang paling kanan pada daerah penyelesaian yang melalui titik (x_2, y_2) , maka $k_2 = ax_2 + by_2$ merupakan nilai maksimum bentuk objektif tersebut.

Contoh 19

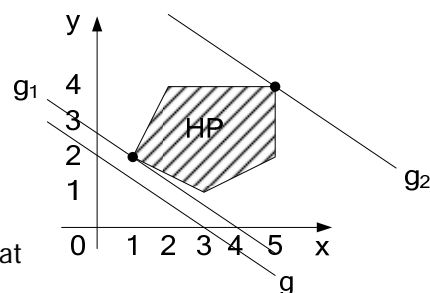
Dengan menggunakan garis selidik, tentukan nilai maksimum dan minimum dari fungsi objektif $z = 2x + 3y$ pada daerah feasible yang ditunjukkan pada gambar 4-18



Gambar 4-18 Daerah *feasible* Sistem pertidaksamaan

Untuk menentukan maksimum dan minimum yang pertama dilakukan adalah dengan membuat persamaan garis dari fungsi objektif yang diketahui yaitu $2x + 3y = 6 = k$, dan dinamai dengan garis g .

Perhatikan Gambar 4-19. Geserlah garis g sehingga memotong daerah *feasible* di titik yang paling kiri, yaitu garis g_1 yang merupakan garis yang sejajar dengan garis g dan tepat melalui titik $(1, 2)$. Dengan demikian nilai minimum Z adalah $k_1 = 2(1) + 3(2) = 8$. Sedangkan garis g_2 merupakan garis yang paling kanan dan tepat melalui titik $(5, 4)$. Dengan demikian nilai maksimum Z adalah $k_2 = 2(5) + 3(4) = 22$.



Gambar 4-19 titik optimum dengan garis selidik

Contoh 20

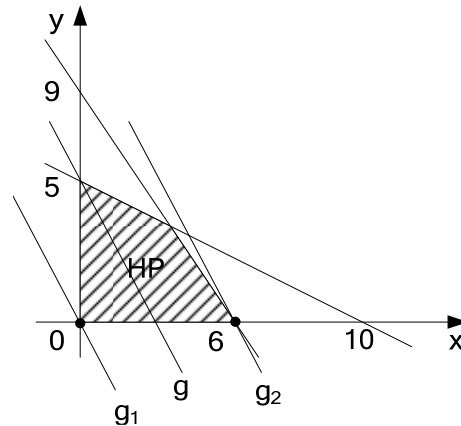
Tentukan nilai maksimum dan minimum $z = 5x + 3y$ dari daerah *feasible* yang dibatasi oleh $3x + 2y \leq 18$; $x + 2y \leq 10$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; $x, y \in R$

Jawab:

Persamaan garis dari fungsi objektif yang diketahui, yaitu $5x + 3y = 15 = k$, dan dinamai dengan garis g .

Perhatikan gambar 4-20 yang merupakan daerah *feasible* (daerah terarsir) dari sistem pertidaksamaan yang diketahui.

Geserlah garis g , sehingga memotong daerah *feasible* di titik yang paling kiri, yaitu garis g_1 yang merupakan garis yang sejajar dengan garis g dan tepat melalui titik $(0, 0)$. Nilai minimum Z adalah $k_1 = 5(0) + 3(0) = 0$. Sedangkan garis g_2 merupakan garis yang paling kanan dan tepat melalui titik $(6, 0)$, sehingga nilai maksimum Z adalah $k_2 = 5(6) + 3(0) = 30$.



Gambar 4-20 Nilai maksimum daerah *feasible* dengan garis selidik

Contoh 21

Sebuah perusahaan PT Usaha Rotanindo di Cirebon memproduksi dua jenis mebel rotan, yaitu jenis mebel kursi dan meja. Kapasitas produksi perusahaan itu tidak kurang dari 1000 unit barang per bulan. Dari bagian marketing diperoleh informasi bahwa dalam tiap bulan terjual tidak lebih dari 600 unit untuk jenis kursi dan 700 unit untuk jenis meja. Keuntungan yang diperoleh untuk tiap unit kursi adalah Rp50.000,00 dan meja sebesar Rp40.000,00. Berapakah banyaknya mebel jenis kursi dan meja yang harus diproduksi agar keuntungan yang diperoleh sebesar-besarnya?

Jawab:

Model matematika disusun dengan memisalkan
 banyaknya mebel kursi yang terjual = x unit
 banyaknya meja yang terjual = y unit

Banyaknya	penjualan	Keuntungan
x	600	50.000
y	700	40.000
1.000		

Memaksimumkan keuntungan $Z = 50.000x + 40.000y$

Syarat produksi $x + y \geq 1.000$

Syarat penjualan $x \leq 600, y \leq 700$

$x \geq 0; y \geq 0$

Perhatikan gambar 4-21 yang merupakan daerah *feasible* (daerah terarsir) dari sistem model matematika yang diketahui.

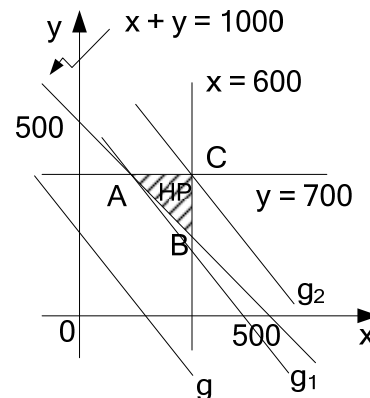
Geserlah garis g , sehingga memotong daerah *feasible* di titik yang paling kiri, yaitu garis g_1 dan tepat melalui titik $B(300, 700)$.

Nilai minimum Z adalah

$$k_1 = 50.000(300) + 40.000(700) = 43.000.000$$

Sedangkan garis g_2 merupakan garis yang paling kanan dan tepat melalui titik $(600, 700)$, sehingga nilai maksimum Z adalah

$$k_2 = 50.000(600) + 40.000(700) = 58.000.000$$



Gambar 4-21
Nilai maksimum daerah *feasible* dengan garis selidik

H. Rangkuman Garis Selidik

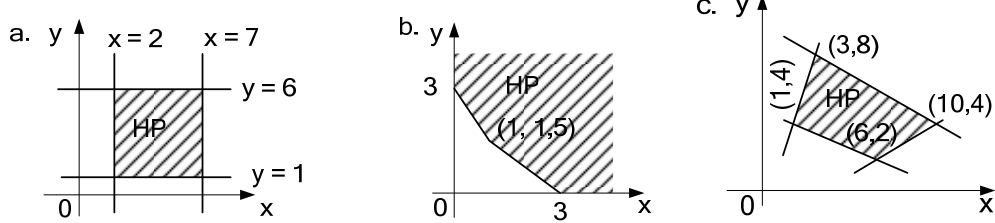
- Garis selidik adalah suatu garis yang digunakan untuk menyelidiki nilai optimum (maksimum atau minimum) yang diperoleh dari fungsi sasaran atau fungsi obyektif.
- Langkah-langkah yang diperlukan untuk mencari nilai optimum dengan menggunakan metode garis selidik adalah sebagai berikut:
 - Buatlah garis $ax + by = k$, dimana $ax + by$ merupakan bentuk objektif yang dicari nilai optimumnya. Untuk mempermudah, ambil $k = ab$.
 - Buatlah garis-garis sejajar $ax + by = k$ yaitu dengan cara mengambil k yang berbeda atau menggeser garis $ax + by = k$ ke kiri atau ke kanan.
 - Jika $ax + by = k_1$ adalah garis yang paling kiri pada daerah penyelesaian yang melalui titik (x_1, y_1) maka $k_1 = ax_1 + by_1$ merupakan nilai minimum.
 - Jika $ax + by = k_2$ adalah garis yang paling kanan pada daerah penyelesaian yang melalui titik (x_2, y_2) maka $k_2 = ax_2 + by_2$ merupakan nilai maksimum bentuk objektif tersebut.

LATIHAN

4

- Untuk soal-soal berikut, tentukan nilai x dan y yang memberikan nilai optimum serta nilai maksimum atau minimum dari bentuk objektif tersebut dengan menggunakan metode garis selidik.
 - $x + y \leq 5$; $x + 2y \leq 8$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; bentuk objektif $Z = 2x + y$
 - $5x + 2y \leq 10$; $x + 2y \leq 6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; bentuk objektif $Z = x + 2y$
 - $x + 2y \leq 10$; $2x + y \leq 12$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; bentuk objektif $Z = 3x + 2y$
 - $3x + 2y \geq 12$; $x + 5y \geq 10$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; bentuk objektif $Z = 4x + 3y$
 - $2x + y \geq 6$; $x + y \geq 5$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; bentuk objektif $Z = x + 2y$

2. Tentukan nilai maksimum dan minimum $z = 4x + 5y$ dari daerah *feasible* berikut.



3. Suatu jenis roti membutuhkan 150 gram tepung dan 50 gram mentega, sedangkan jenis yang lain membutuhkan 75 gram tepung dan 75 gram mentega. Bahan yang tersedia adalah 9 kg tepung dan 6 kg mentega. Keuntungan yang diperoleh dari hasil penjualan roti jenis pertama dan kedua masing-masing Rp400,00 dan Rp500,00. Tentukan tiap-tiap jenis roti yang harus dibuat supaya didapat hasil keuntungan yang maksimum dan tentukan pula keuntungan maksimum tersebut.
4. Sebuah toko sepeda menyediakan dua jenis sepeda, yaitu sepeda dengan stang dan tanpa stang yang masing-masing harganya Rp400.000,00 dan Rp500.000,00. Kapasitas toko tersebut tidak lebih dari 50 buah sepeda. Keuntungan dari setiap penjualan sepeda dengan stang dan tanpa stang masing-masing Rp60.000,00 dan Rp40.000,00. Modal yang dimiliki pemilik toko sebesar Rp23.000.000,00. Tentukanlah:
 - a. banyaknya masing-masing jenis sepeda yang harus disediakan agar diperoleh keuntungan yang sebanyak-banyaknya.
 - b. berapakah keuntungan maksimum tersebut.
5. Pengembang rumah sederhana menyediakan rumah tipe 21 dan tipe 36 dengan harga jual masing-masing Rp30.000.000,00 dan Rp45.000.000,00. Luas tanah yang diperlukan untuk membangun tipe 21 adalah 60 m² dan tipe 36 adalah 72 m². Sedangkan lahan yang tersedia 20.400 m². Biaya untuk membangun rumah-rumah tersebut berasal dari kredit suatu bank swasta yang besarnya tidak lebih dari Rp12.000.000.000,00. Apabila diharapkan keuntungan sebesar Rp2.250.000,00 untuk tiap unit penjualan tipe 21 dan Rp3.000.000,00 untuk tipe 36, tentukanlah:
 - a. banyaknya masing-masing rumah yang harus dibangun agar diperoleh keuntungan yang sebesar-besarnya.
 - b. keuntungan maksimum tersebut.

Uji Kemampuan

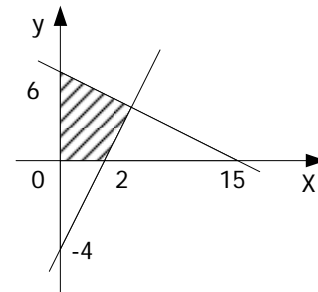
A. Soal Pilihan Ganda

Pilihlah salah satu jawaban a, b, c, d, atau e yang dianggap benar.

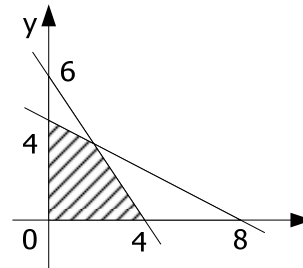
1. Sebuah hotel mempunyai dua tipe kamar yang masing-masing berdaya tampung 3 orang dan 2 orang. Jika jumlah kamar seluruhnya 32 kamar dan daya tampung keseluruhan 84 orang, maka banyaknya kamar yang berdaya tampung 2 orang adalah

a. 6	c. 14	e. 20
b. 12	d. 16	

2. Seorang pemborong pengecatan rumah mempunyai persediaan 80 kaleng cat warna putih dan 60 kaleng warna abu-abu. Pemborong tersebut mendapat tawaran untuk mengecat ruang tamu dan ruang tidur. Setelah dihitung ternyata 1 ruang tamu menghabiskan 2 kaleng cat putih dan 1 kaleng abu-abu. Sedangkan ruang tidur menghabiskan masing-masing 1 kaleng. Jika banyaknya ruang tamu dinyatakan dengan x dan ruang tidur dengan y , maka model matematika dari pernyataan di atas adalah
- $2x + y \leq 80 ; x + y \leq 60 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $x + y \leq 80 ; 2x + y \geq 60 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $x + y \leq 80 ; 2x + y \leq 60 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $2x + y \geq 80 ; x + y \leq 60 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $2x + y \leq 80 ; x + y \geq 60 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
3. Daerah penyelesaian model matematika yang ditunjukkan oleh sistem pertidaksamaan:
 $5x + 2y \leq 20 ; 7x + 10y \leq 70$
 $2x + 5y \geq 20 ;$
 $x \geq 0 ; y \geq 0$
 adalah daerah yang ditunjukkan oleh
- I
 - II
 - III
 - IV
 - V
4. Nilai minimum fungsi objektif $f(x, y) = 4x + 3y$ dari sistem pertidaksamaan $2x + y \geq 11 ; x + 2y \geq 10 ; x \geq 0 ; y \geq 0$ adalah
- 15
 - 22
 - 25
 - 33
 - 40
5. Suatu pesawat mempunyai tempat duduk tidak lebih dari 48 penumpang. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi 60 kg sedangkan kelas ekonomi 20 kg. Pesawat itu hanya dapat membawa bagasi 1.440 kg. Bila x dan y berturut-turut menyatakan banyaknya penumpang kelas utama dan ekonomi, maka model matematika dari persoalan di atas adalah
- $x + y \leq 48 ; 3x + y \geq 72 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $x + y \leq 48 ; x + 3y \leq 72 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $x + y \leq 48 ; 3x + y \leq 72 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $x + y \geq 48 ; x + 3y \geq 72 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $x + y \geq 48 ; x + 3y > 72 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
6. Daerah yang diarsir dari gambar di samping adalah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan
- $5x + 3y \leq 30 ; x - 2y \geq 4 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $5x + 3y \leq 30 ; x - 2y \leq 4 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $5x + 2y \leq 30 ; 2x - y \leq 4 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $2x + 5y \leq 30 ; 2x - y \leq 4 ; x \geq 0 ; y \geq 0$
 - $5x + 3y \leq 30 ; x - 2y \leq 4 ; x \geq 0 ; y \geq 0$

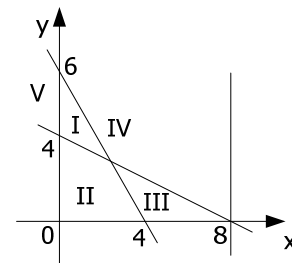


7. Daerah yang diarsir pada gambar di samping adalah himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan. Nilai maksimum untuk $5x + 4y$ dari daerah penyelesaian tersebut adalah
- a. 16 c. 20 e. 24
 b. 18 d. 22



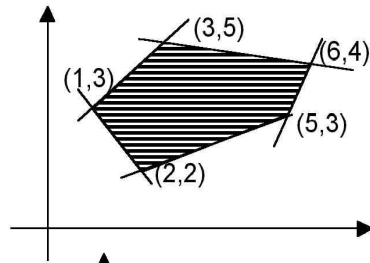
8. Seorang penjual buah-buahan yang menggunakan gerobak mempunyai modal Rp1.000.000,00. Ia telah membeli jeruk dengan harga Rp4.000,00 per kg dan pisang Rp1.600,00 per kg. Banyaknya jeruk yang dibeli x kg dan pisang y kg. Sedangkan muatan gerobak tidak dapat melebihi 400 kg sehingga sistem pertidaksamaan yang memenuhi permasalahan di atas adalah
- a. $5x + 4y \leq 2.500$; $x + y \leq 400$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 b. $5x + 4y \leq 1.250$; $x + y \leq 400$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 c. $5x + 2y \leq 1.250$; $x + y \leq 400$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 d. $5x + 4y \leq 1.200$; $x + y \leq 400$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 e. $5x + y \leq 750$; $x + y \leq 400$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

9. Daerah penyelesaian model matematika yang ditunjukkan sistem pertidaksamaan $3x + 2y \geq 12$; $x + 2y \leq 8$; $0 \leq x \leq 8$; $y \geq 0$ adalah daerah yang ditunjukkan oleh
- a. I c. III e. V
 b. II d. IV

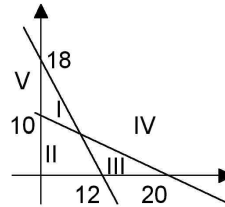


10. Pak Daud membeli es krim jenis I dengan harga per buah Rp500,00 dan jenis II Rp400,00. Lemari es yang dipunyai untuk menyimpan es tersebut tidak dapat memuat lebih dari 300 buah, sementara uang yang dimiliki Pak Daud adalah Rp140.000,00. Jika es krim tersebut dijual kembali dengan mengambil untung masing-masing jenis Rp100,00 per buah, maka banyaknya es krim jenis I dan II yang dijual Pak Daud jika terjual seluruhnya dan mendapat untung yang sebesar-besarnya, masing-masing adalah
- a. 200 dan 100 c. 100 dan 200 e. 50 dan 250
 b. 150 dan 150 d. 75 dan 225
11. Tempat parkir seluas 360 m^2 dapat menampung tidak lebih dari 30 kendaraan. Untuk parkir sebuah sedan diperlukan rata-rata 6 m^2 dan sebuah bus 24 m^2 . Jika banyaknya sedan dinyatakan dalam x dan bus y , maka model matematika dari pernyataan di atas adalah
- a. $x + y \leq 30$; $x + 4y \leq 60$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 b. $x + y < 30$; $x + 4y < 60$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 c. $x + y \leq 30$; $4x + y < 60$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 d. $x + y < 30$; $4x + y < 60$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 e. $x + y \leq 30$; $4x + y \leq 60$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

12. Daerah yang diarsir pada gambar di samping merupakan penyelesaian sistem pertidaksamaan linier. Nilai maksimum fungsi objektif $f(x,y) = x + 3y$ adalah
- a. 8 c. 14 e. 22
 b. 10 d. 18

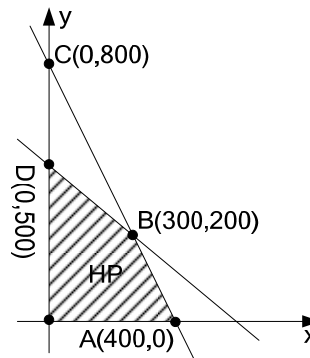


13. Daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan $3x + 2y \leq 36$; $x + 2y \geq 20$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ pada gambar di samping adalah
- a. I c. III e. V
 b. II d. IV

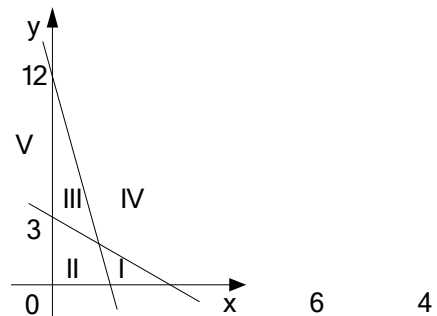


14. Dengan persediaan kain polos 20 m dan kain bergaris 10 m seorang penjahit akan membuat pakaian jadi. Model I memerlukan 1 m kain polos dan 1,5 m kain bergaris, model II memerlukan 2 m kain polos dan 0,5 kain bergaris. Jumlah total pakaian jadi akan maksimum, jika model I dan II masing-masing
- a. 4 dan 8 c. 6 dan 4 e. 7 dan 5
 b. 5 dan 9 d. 8 dan 8
15. Nilai maksimum dari bentuk objektif $f(x,y) = x + 3y$ pada himpunan penyelesaian pertidaksamaan $2x + y \leq 8$; $x + 2y \geq 7$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ adalah
- a. 4 c. 16 e. 24
 b. 12 d. 18

16. Daerah yang diarsir adalah himpunan penyelesaian permasalahan program linier. Nilai maksimum dari $z = 40x + 30y$ adalah
- a. 15.000
 b. 16.000
 c. 18.000
 d. 20.000
 e. 24.000



17. Daerah yang memenuhi pertidaksamaan $x + 2y \leq 6$; $3x + y \geq 12$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ adalah
- a. I d. IV
 b. II e. V
 c. III



18. Seorang pemborong mempunyai persediaan cat warna coklat 100 kaleng dan warna abu-abu 240 kaleng. Pemborong tersebut mendapat tawaran untuk mencat

ruang tamu dan ruang tidur suatu gedung. Setelah dikalkulasi ternyata 1 ruang tamu menghabiskan 1 kaleng cat warna cokelat dan 3 kaleng cat warna abu-abu. Sedangkan ruang tidur menghabiskan 2 kaleng cat warna cokelat dan 3 kaleng cat warna abu-abu. Jika biaya yang ditawarkan pemborong setiap ruang tamu Rp30.000,00 dan ruang tidur Rp25.000,00, maka biaya maksimum yang diterima pemborong adalah

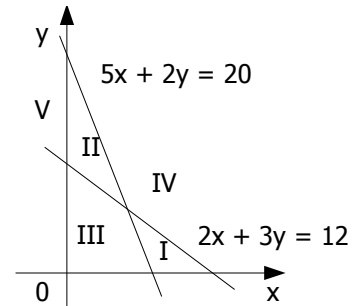
- a. Rp1.250.000,00
- b. Rp2.300.000,00
- c. Rp2.400.000,00
- d. Rp3.000.000,00
- e. Rp3.100.000,00

19. Nilai minimum fungsi objektif $Z = 3x + 4y$ yang memenuhi sistem pertidaksamaan: $2x + 3y \geq 12$; $5x + 2y \geq 19$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ adalah

- a. 38
- b. 32
- c. 18
- d. 17
- e. 15

20. Daerah penyelesaian model matematika dari sistem Pertidaksamaan $2x + 3y \geq 12$; $5x + 2y \geq 19$ $x \geq 0$; $y \geq 0$ ditunjukkan oleh grafik disamping pada angka

- a. I
- b. II
- c. III
- d. IV
- e. V

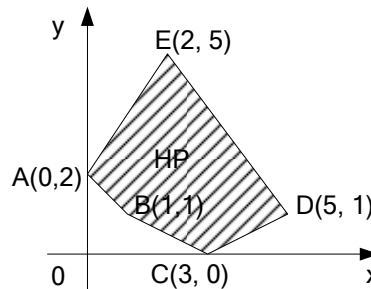


21. Sebuah perusahaan bola lampu menggunakan 2 jenis mesin. Untuk membuat bola lampu jenis A memerlukan waktu 3 menit pada mesin I dan 5 menit pada mesin II. Bola lampu jenis B memerlukan waktu 2 menit pada mesin I dan 7 menit pada mesin II. Jika mesin I bekerja 1.820 menit dan mesin II bekerja 4.060 menit, maka model matematika dari permasalahan di atas adalah

- a. $3x + 5y \leq 1.820$, $2x + 7y \leq 4.060$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- b. $3x + 7y \leq 1.820$, $2x + 2y \leq 4.060$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- c. $3x + 5y \leq 4.060$, $2x + 7y \leq 1.820$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- d. $3x + 2y \leq 1.820$, $5x + 7y \leq 4.060$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- e. $3x + 7y \leq 4.060$, $2x + 5y \leq 1.820$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

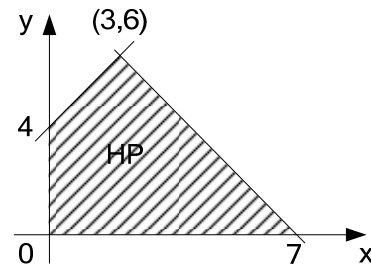
22. Daerah yang diarsir adalah daerah himpunan penyelesaian permasalahan program linier. Nilai minimum dari fungsi $z = 2x + 5y$ adalah

- a. 6
- b. 7
- c. 10
- d. 15
- e. 29

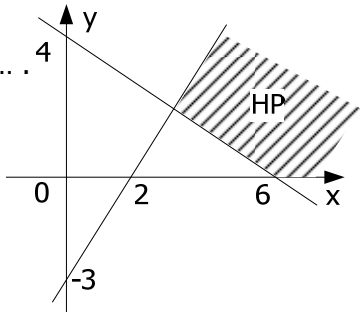


23. Nilai maksimum bentuk objektif $x + 3y$ pada himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + 2y \geq 7$, dan $2x + y \leq 8$, adalah

- a. 20
- c. 28
- e. 33



29. Seorang pedagang kue mempunyai persediaan 9 kg tepung dan 6 kg mentega. Pedagang memproduksi kue jenis isi pisang dan isi keju. Untuk membuat kue jenis isi pisang memerlukan 150 gram tepung dan 50 gram mentega, sedangkan jenis isi keju memerlukan 75 gram tepung dan 75 gram mentega. Apabila harga sebuah kue jenis isi pisang Rp6.000,00 dan isi keju Rp4.000,00, maka keuntungan maksimum pedagang adalah
- a. Rp30.000,00 c. Rp36.000,00 e. Rp42.000,00
b. Rp32.000,00 d. Rp40.000,00
30. Nilai minimum $z = 2x + 3y$ pada himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan $2x + y \geq 8$, $x + y \geq 6$, $x + 2y \geq 8$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ adalah
- a. 12 c. 16 e. 24
b. 14 d. 20
31. Nilai minimum dari bentuk objektif $P = 4x + 3y$ pada daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan: $2x + 3y \geq 9$; $x + y \geq 4$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ adalah
- a. 12 c. 15 e. 18
b. 13 d. 16
32. Seseorang memproduksi kecap dengan dua macam kualitas yang setiap harinya menghasilkan tidak lebih dari 50 botol. Harga bahan-bahan pembuatan kecap per botol untuk kualitas I adalah Rp4.000,00 dan untuk kualitas II adalah Rp3.000,00. Ia tidak akan membelanjakan untuk pembuatan kecap tidak lebih dari Rp200.000,00. Jika banyaknya kecap kualitas I adalah x dan kualitas II adalah y , maka model matematikanya adalah
- a. $x + y \leq 50$; $4x + 3y \leq 200$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
b. $x + y \leq 50$; $3x + 4y \leq 200$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
c. $x + y \geq 50$; $4x + 4y \leq 200$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
d. $x + y \geq 50$; $4x + 3y \geq 200$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
e. $x + y \geq 50$; $3x + 4y \geq 200$; $x \leq 0$; $y \leq 0$
33. Seorang pedagang paling sedikit menyewa 25 kendaraan untuk jenis truk dan colt dengan jumlah yang diangkut 224 karung. Truk dapat mengangkut 14 karung dan colt 8 karung. Jika ongkos sewa truk Rp100.000,00 dan colt Rp75.000,00, jumlah kendaraan masing-masing yang harus disewa agar ongkos minimal adalah
- a. Colt 25 buah dan tidak disewa truk d. Colt 4 buah dan truk 21 buah
b. Colt 20 buah dan truk 5 buah e. Hanya disewa truk 25 buah
c. Colt 21 buah dan truk 4 buah

34. Rokok A yang harga belinya Rp2.000,00 per bungkus dijual dengan laba Rp400,00 per bungkus, sedangkan rokok B harga belinya Rp1.000,00 dijual dengan laba Rp300,00 per bungkus. Seorang pedagang rokok mempunyai modal Rp800.000,00 dan kiosnya dapat menampung 500 bungkus rokok, akan memperoleh keuntungan sebesar-besarnya jika ia dapat menjual
- 300 bungkus rokok A dan 200 bungkus rokok B
 - 200 bungkus rokok A dan 300 bungkus rokok B
 - 250 bungkus rokok A dan 250 bungkus rokok B
 - 100 bungkus rokok A dan 400 bungkus rokok B
 - 400 bungkus rokok A dan 100 bungkus rokok B
35. Suatu Perusahaan mebel akan memproduksi meja dan kursi dari kayu. Untuk sebuah meja dan kursi dibutuhkan masing-masing 10 keping papan dan 5 keping papan. Sedangkan biaya sebuah meja adalah Rp60.000,00 dan kursi Rp40.000,00. Perusahaan itu hanya memiliki bahan 500 keping papan dan biaya produksi yang akan dikeluarkan tidak lebih dari Rp3.600.000,00. Jika banyaknya meja yang diproduksi x buah dan kursi y buah, maka model matematika perusahaan di atas adalah
- $2x + y \leq 100$; $3x + 2y \leq 180$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 - $x + 2y \geq 100$; $2x + 3y \leq 180$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 - $6x + 4y \leq 180$; $10x + 5y \leq 180$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 - $4x + 6y \leq 180$; $5x + 10y \leq 180$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 - $2x + y \leq 100$; $5x + 10y \leq 180$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
36. Daerah yang diarsir pada gambar di samping adalah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan
- $2x + 3y \leq 12$; $-3x + 2y \geq -6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 - $2x + 3y \leq 12$; $-3x + 2y \leq -6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 - $2x + 3y \geq 12$; $-3x + 2y \geq -6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 - $2x + 3y \geq 12$; $3x - 2y \geq 6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 - $-2x + 3y \leq 12$; $3x + 2y \leq -6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
- 
37. Diketahui fungsi objektif $Z = 100x + 80y$. Nilai maksimum Z pada daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan $2x + y \leq 10$; $x + 2y \leq 10$; $x + y \leq 6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; $x, y \in \mathbb{R}$ adalah
- 400
 - 450
 - 500
 - 520
 - 560
38. Diketahui fungsi objektif $P = 100x + 150y$. Nilai minimum P pada daerah himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan: $3x + y \geq 9$; $x + y \geq 7$; $x + 4y \leq 10$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; $x, y \in \mathbb{R}$ adalah
- 700
 - 750
 - 1000
 - 1350
 - 1500
39. Seorang agen sepeda bermaksud membeli 25 buah sepeda untuk persediaan. Harga sepeda biasa Rp600.000,00 per buah dan sepeda federal Rp800.000,00 per buah. Ia merencanakan untuk tidak membelanjakan uangnya lebih dari Rp16.000.000,00

dengan mengharap keuntungan Rp100.000,00 perbuah dari sepeda biasa dan Rp120.000,00 per buah dari sepeda federal. Keuntungan maksimum yang diperoleh agen sepeda tersebut adalah

- a. Rp2.300.000,00 c. Rp2.500.000,00 e. Rp2.700.000,00
b. Rp2.400.000,00 d. Rp2.600.000,00

40. Seorang pemilik toko sepatu ingin mengisi tokonya dengan sepatu laki-laki paling sedikit 100 pasang dan sepatu wanita paling sedikit 150 pasang. Toko tersebut dapat memuat 400 pasang sepatu. Keuntungan tiap pasang sepatu laki-laki adalah Rp10.000,00 dan tiap pasang sepatu wanita adalah Rp5.000,00. Jika banyak sepatu laki-laki tidak boleh melebihi 150 pasang, maka keuntungan terbesar yang dapat diperoleh adalah

- a. Rp2.750.000,00 c. Rp3.250.000,00 e. Rp3.750.000,00
b. Rp3.000.000,00 d. Rp3.500.000,00

B. Soal Essay

Jawablah pertanyaan berikut dengan tepat.

- Pengembang perumahan mempunyai tanah seluas 10.000 m² akan dibangun tidak lebih dari 125 unit rumah tipe 36 dan 45. Tipe 36 dan 45 memerlukan luas tanah masing-masing 75 m² dan 100 m². Rumah-rumah tersebut akan dijual dengan harga per unit Rp40.000.000,00 untuk tipe 36 dan Rp60.000.000,00 untuk tipe 45.
 - Misalkan banyaknya rumah tipe 36 dan 45 yang dapat dibangun adalah x dan y buatlah model matematika dari persoalan di atas.
 - Tentukan daerah penyelesaiannya (daerah *feasible*)
 - Tentukan bentuk objektif yang menyatakan hasil penjualan rumah.
 - Berapakah masing-masing tipe yang harus dibangun agar mendapatkan keuntungan yang sebesar-besarnya (maksimum).
 - Berapakah keuntungan maksimum tersebut.
 - Sebuah pabrik memproduksi biskuit yang dikemas dalam bentuk kaleng dengan isi 1 kilogram dan 2 kg. Kapasitas produksi tiap hari tidak lebih dari 120 kaleng. Tiap hari biskuit dengan kemasan 1 kg tidak kurang dari 30 kaleng dan kemasan 2 kg 50 kaleng. Keuntungan dari hasil penjualan Rp5.000,00 per kaleng dengan isi 1 kg dan Rp7.000,00 untuk kemasan isi 2 kg. Misalkan banyaknya produksi tiap jenis adalah x dan y . Tentukanlah:
 - model matematika dari persoalan tersebut
 - himpunan penyelesaian (daerah *feasible*) dari hasil pada a.
 - banyaknya produksi masing-masing jenis agar diperoleh keuntungan maksimum dan berapakah keuntungan maksimumnya
-

Ruang Pengetahuan

TIPS DAN TRIK MELAMAR KERJA



Gambar 4-22 Karyawan kantor

Sumber: CD Image

Lamaran yang kita buat memang harus sesingkat mungkin, namun tetap bisa memasukkan semua unsur yang diperlukan seperti disebutkan di atas tadi. Soalnya, pemeriksaan lamaran biasanya dilakukan cepat, serta si pemeriksa hanya melihat hal-hal yang dibutuhkan atau yang menjadi persyaratan. Dengan pertimbangan itu, kemungkinan kalian dapat diterima juga sangat besar, karena menunjukkan kalau kalian merupakan calon pegawai potensial, dengan potensi yang kalian miliki tersebut.

Jadi, jangan membuat surat lamaran yang membingungkan dengan bermacam-macam keterangan dalam satu bagian. Setidaknya ada empat bagian penting harus dicantumkan.

Catatan: Tiap kop surat lamaran, biasanya berisi nama, alamat, nomor telepon, serta e-mail. Baru kemudian posisi yang kalian inginkan.

- a. Panjang
Setiap lamaran/CV sebaiknya jangan sampai melebihi tiga lembar. Lebih baik dua lembar saja.
- b. Lampiran
Tiap sertifikat ijazah, atau surat-surat referensi tidak perlu dimasukkan dalam surat lamaran. Kalian harus menunjukkannya saat datang dalam wawancara. Bila memang ingin melengkapi salah satu dokumen akademik, lampirkan ijazah terakhir serta referensi kerja sekarang. Sementara soal pas foto, yang paling populer digunakan selama ini memang seukuran pas foto untuk pasport. Namun, soal ukuran ini biasanya ditentukan oleh pemasang iklan dan biasanya tidak menjadi masalah.
- c. Lamaran Lewat E-mail
Dengan berkembangnya internet, lamaran lewat Internet seperti sekarang juga sangat populer. Banyak perusahaan di Indonesia saat ini juga menerima lamaran lewat e-mail ini. Untuk lamaran lewat e-mail ini, kalian juga dapat melampirkan seluruh biodata itu lewat e-mail.
- d. Cover Surat
Kerapian serta bentuk surat ternyata menjadi bagian sangat penting. Ada sebagian orang yang menganggap bahwa wawancara merupakan bagian paling menentukan, tidak peduli apakah surat lamarannya baik atau jelek. Padahal dengan membuat lamaran bagus serta keterangan jelas dan singkat, merupakan salah satu bukti keseriusan Kalian meraih posisi yang diinginkan.(www.astaga.com).